Döntési változók oligopóliumokban

Tasnádi Attila

2006. október 19.

Döntési változók oligopóliumokban

Motiváció:

- A Cournot és a Bertrand típusú modellek nagyon eltérő eredményeket adnak.

Döntési változók oligopóliumokban

Motiváció:

- A Cournot és a Bertrand típusú modellek nagyon eltérő eredményeket adnak.
- Mi történne, ha megengednénk a vállalatoknak, hogy megválasszák döntési változóikat?

Döntési változók oligopóliumokban

Motiváció:

- A Cournot és a Bertrand típusú modellek nagyon eltérő eredményeket adnak.
- Mi történne, ha megengednénk a vállalatoknak, hogy megválasszák döntési változóikat?
- Fokozódna-e a verseny az árjátékosok arányának növekedésével?

Döntési változók oligopóliumokban

Motiváció:

- A Cournot és a Bertrand típusú modellek nagyon eltérő eredményeket adnak.
- Mi történne, ha megengednénk a vállalatoknak, hogy megválasszák döntési változóikat?
- Fokozódna-e a verseny az árjátékosok arányának növekedésével?
- Vajon a Cournot modell, a Bertand modell vagy esetleg egy közbülső modell adódna?

Homogén termékű piac:

- Allen (1992),

Kapcsolódó irodalom

Homogén termékű piac:

- Allen (1992),
- Dastidar (1996),

Kapcsolódó irodalom

Homogén termékű piac:

- Allen (1992),
- Dastidar (1996),
- Quin–Stuart (1997).

Kapcsolódó irodalom

Homogén termékű piac:

- Allen (1992),
- Dastidar (1996),
- Quin–Stuart (1997).

Heterogén termékű piac:

- Singh–Vives (1984),

Kapcsolódó irodalom

Homogén termékű piac:

- Allen (1992),
- Dastidar (1996),
- Quin–Stuart (1997).

Heterogén termékű piac:

- Singh–Vives (1984),
- Klemperer–Meyer (1986),

Kapcsolódó irodalom

Homogén termékű piac:

- Allen (1992),
- Dastidar (1996),
- Quin–Stuart (1997).

Heterogén termékű piac:

- Singh–Vives (1984),
- Klemperer–Meyer (1986),
- Szidarovszky–Molnár (1992), Tanaka (2001) és még sokan mások.

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n,

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en,

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben,

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben, kétszer folytonosan differenciálható $(0, b)$-n

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben, kétszer folytonosan differenciálható $(0, b)$-n és konkáv $[0, b]$-n.

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben, kétszer folytonosan differenciálható $(0, b)$-n és konkáv $[0, b]$-n.

- $(n - 1)k < D(0)$.

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben, kétszer folytonosan differenciálható $(0, b)$-n és konkáv $[0, b]$-n.

- $(n - 1)k < D(0)$.

Jelölések:

- $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ az árjátékosok halmaza,

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben, kétszer folytonosan differenciálható $(0, b)$-n és konkáv $[0, b]$-n.

- $(n-1)k < D(0)$.

Jelölések:

- $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ az árjátékosok halmaza,
- $J \subseteq \{1, \ldots, n\}$ a mennyiségi játékosok halmaza,

Főbb feltevések

- n oligopolista, az egységköltségeik nullák, a k kapacitáskorlátaik azonosak.

  $D : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ szigorúan monoton fogyó $[0, b]$-n, azonosan nulla $[b, \infty)$-en, folytonos b-ben, kétszer folytonosan differenciálható $(0, b)$-n és konkáv $[0, b]$-n.

- $(n-1)k < D(0)$.

Jelölések:

- $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ az árjátékosok halmaza,
- $J \subseteq \{1, \ldots, n\}$ a mennyiségi játékosok halmaza,
- $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n_+$ és $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n_+$ az ár, ill. mennyiségi döntések.

Döntési sorrend

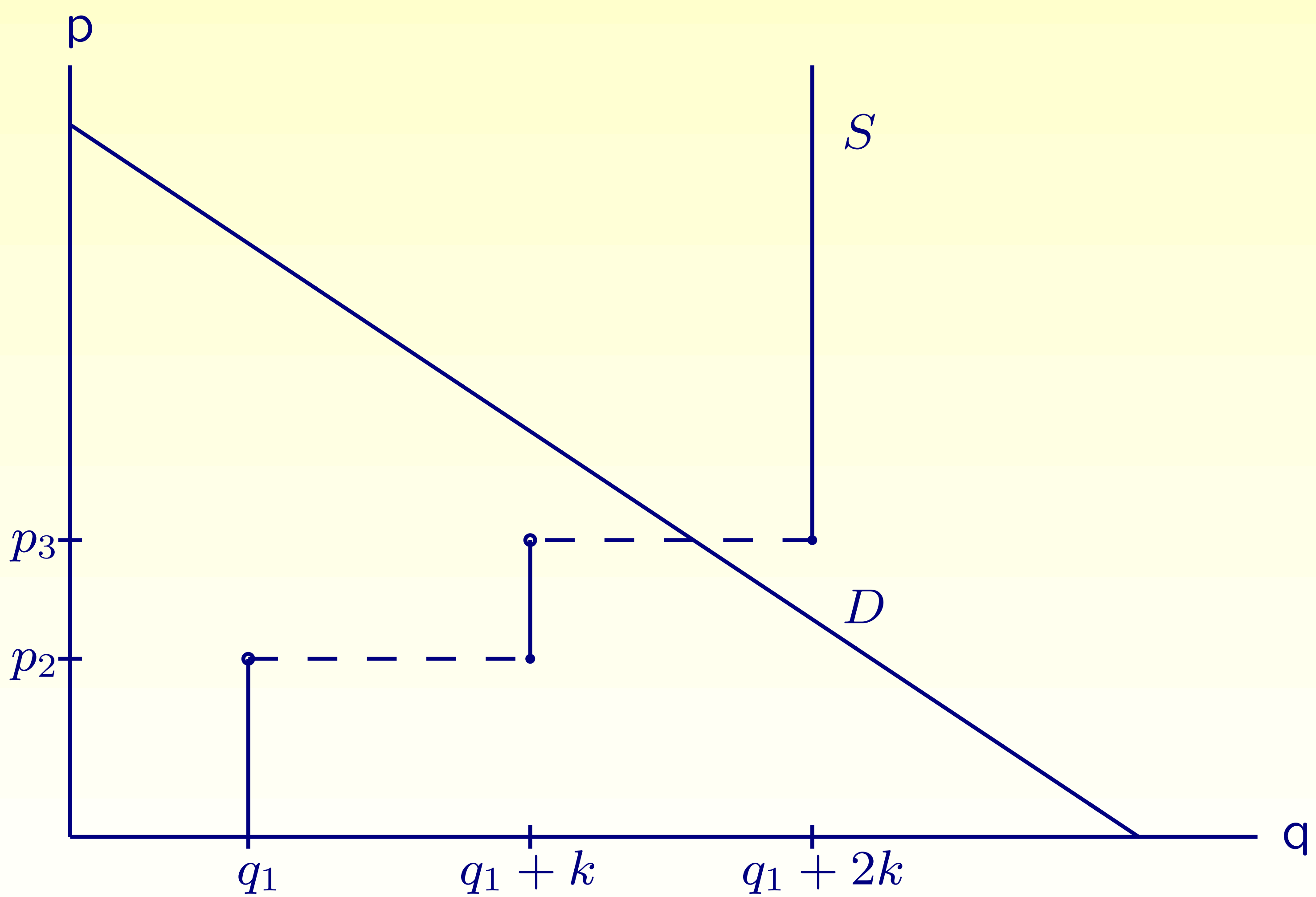
1. A vállalatok először megválasztják stratégiai változóikat (p vagy q).

Döntési sorrend

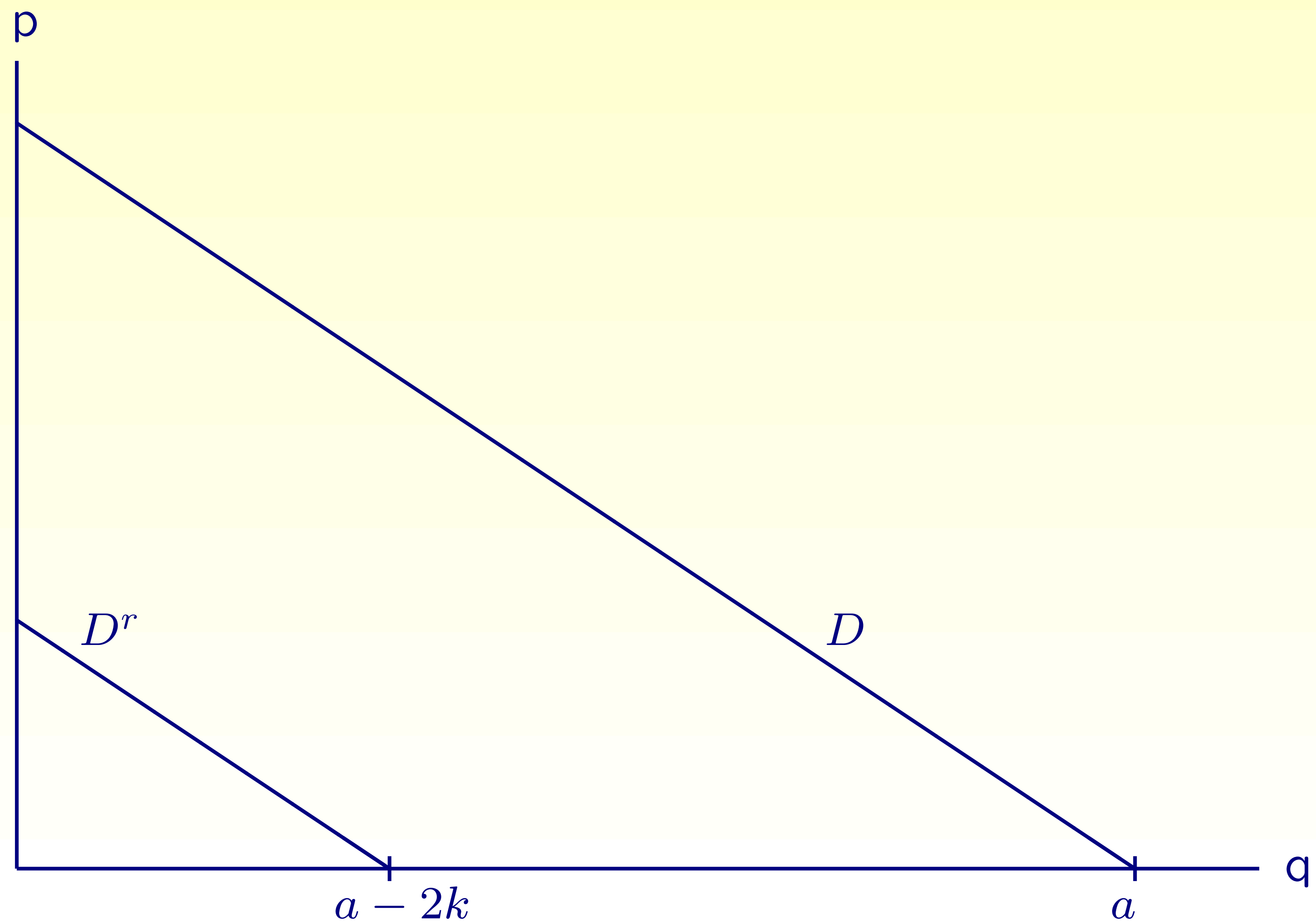
1. A vállalatok először megválasztják stratégiai változóikat (p vagy q).

2. Az árjátékosok meghatározzák áraikat és a mennyiségi játékosok pedig outputjaikat.

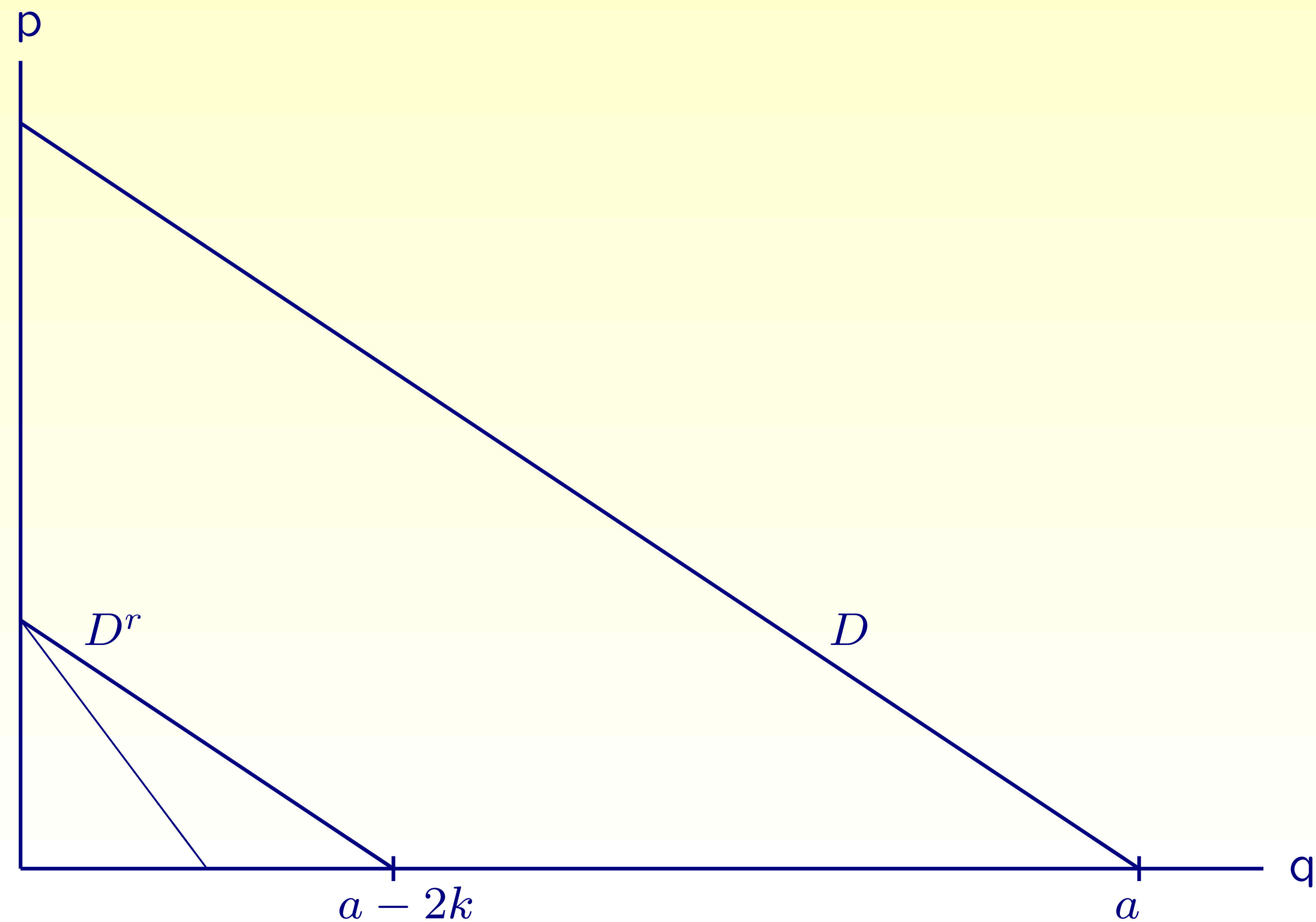
Kereslet allokáció



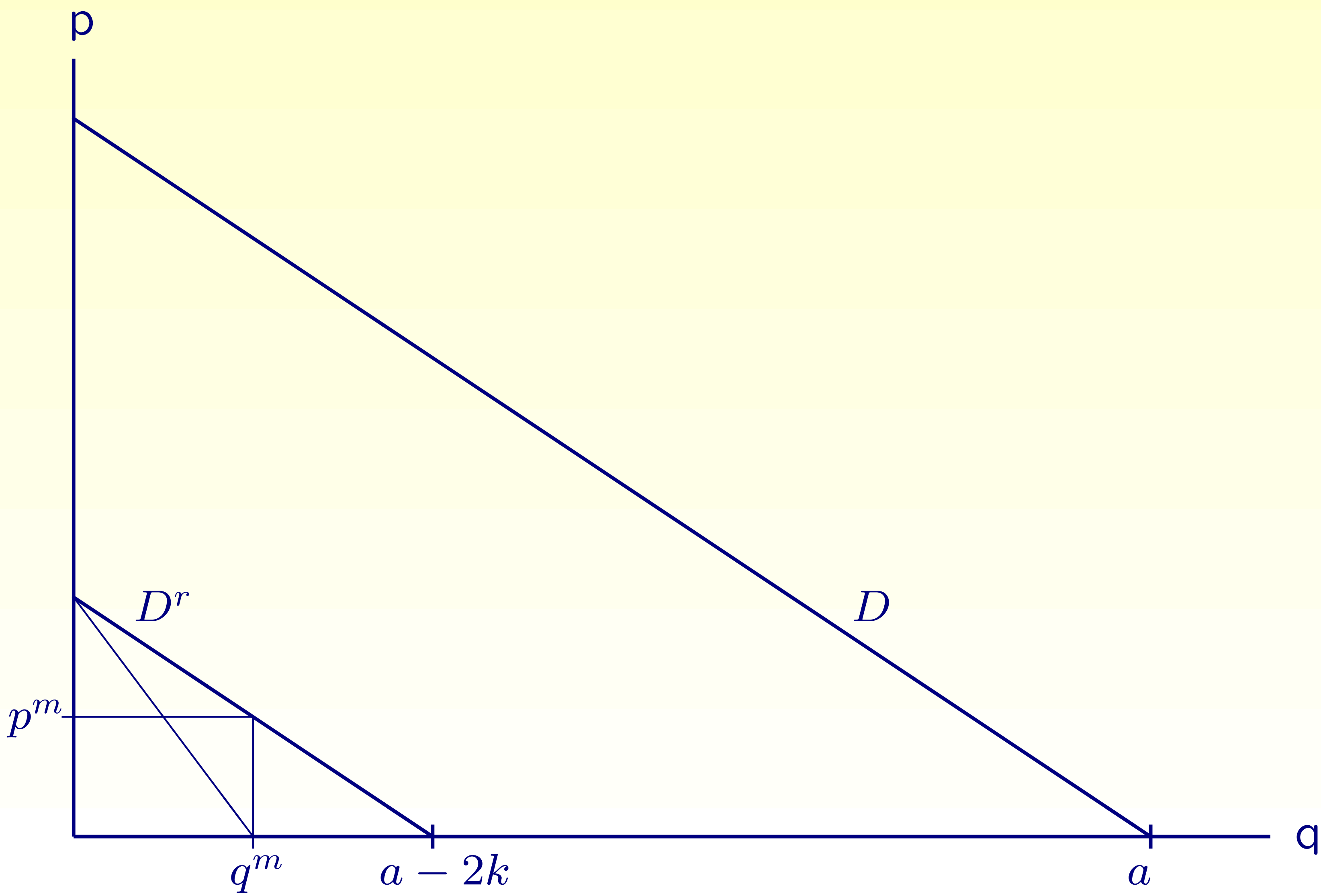
Reziduális kereslet (Forchheimer modellje)



Reziduális kereslet (Forchheimer modellje)



Reziduális kereslet (Forchheimer modellje)



Tétel.

- Ha $q^m \geq k$, akkor pontosan egy tiszta Nash-egyensúlyi megoldás létezik, amelyben az árak azonosak a piactisztító árral és a vállalatok kapacitáskorlátukon termelnek.

Tiszta Nash-egyensúly

Tétel.

- Ha $q^m \geq k$, akkor pontosan egy tiszta Nash-egyensúlyi megoldás létezik, amelyben az árak azonosak a piactisztító árral és a vállalatok kapacitáskorláton termelnek.
- Ha $q^m < k$ és $I = \{i\}$, akkor az egyértelmű tiszta Nash-egyensúly a domináns vállalati árvezérlés modelljét eredményezi.

Tétel.

- Ha $q^m \geq k$, akkor pontosan egy tiszta Nash-egyensúlyi megoldás létezik, amelyben az árak azonosak a piactisztító árral és a vállalatok kapacitáskorlátokon termelnek.
- Ha $q^m < k$ és $I = \{i\}$, akkor az egyértelmű tiszta Nash-egyensúly a domináns vállalati árvezérlés modelljét eredményezi.
- Ha $q^m < k$ és $I = \emptyset$, akkor pontosan egy Cournot-egyensúly létezik.

Tiszta Nash-egyensúly

Tétel.

- Ha $q^m \geq k$, akkor pontosan egy tiszta Nash-egyensúlyi megoldás létezik, amelyben az árak azonosak a piactisztító árral és a vállalatok kapacitáskorláton termelnek.
- Ha $q^m < k$ és $I = \{i\}$, akkor az egyértelmű tiszta Nash-egyensúly a domináns vállalati árvezérlés modelljét eredményezi.
- Ha $q^m < k$ és $I = \emptyset$, akkor pontosan egy Cournot-egyensúly létezik.
- Minden más esetben a játéknak nem létezik tiszta Nash-egyensúlyi megoldása.

Kevert Nash-egyensúly

Kváziszimmetrikus egyensúly: ha a $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ egyensúlyra $p_i = p_j$ minden $i, j \in I$-re és $q_i = q_j$ minden $i, j \in J$-re.

Kváziszimmetrikus egyensúly: ha a $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ egyensúlyra $p_i = p_j$ minden $i, j \in I$-re és $q_i = q_j$ minden $i, j \in J$-re.

Állítás. Ha $q^m < k$ és $|I| \geq 2$, akkor egyértelműen létezik egy kevert kváziegyensúlyi megoldás.

Kváziszimmetrikus egyensúly: ha a $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ egyensúlyra $p_i = p_j$ minden $i, j \in I$-re és $q_i = q_j$ minden $i, j \in J$-re.

Állítás. Ha $q^m < k$ és $|I| \geq 2$, akkor egyértelműen létezik egy kevert kváziegyensúlyi megoldás.

$$F_{|I|}(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad p \in [0, \underline{p}), \\ \left(\frac{k - \overline{\pi}/p}{nk - D(p)}\right)^{\frac{1}{|I|-1}}, & \text{ha} \quad p \in [\underline{p}, \overline{p}], \\ 1, & \text{ha} \quad p \in (\overline{p}, b], \end{cases}$$

Kevert Nash-egyensúly

Kváziszimmetrikus egyensúly: ha a $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ egyensúlyra $p_i = p_j$ minden $i, j \in I$-re és $q_i = q_j$ minden $i, j \in J$-re.

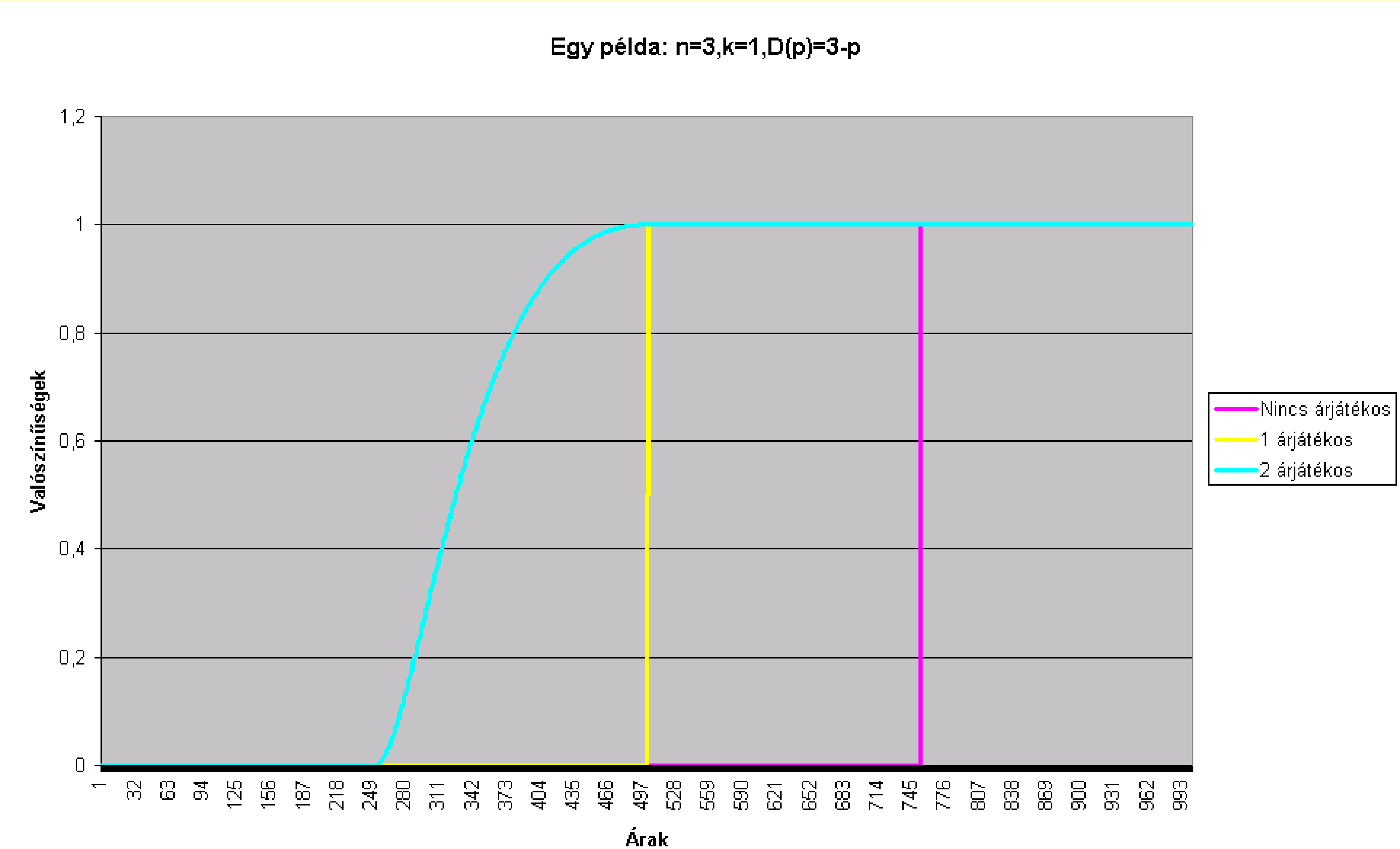
Állítás. Ha $q^m < k$ és $|I| \geq 2$, akkor egyértelműen létezik egy kevert kváziegyensúlyi megoldás.

$$F_{|I|}(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad p \in [0, \underline{p}), \\ \left(\frac{k - \overline{\pi}/p}{nk - D(p)}\right)^{\frac{1}{|I|-1}}, & \text{ha} \quad p \in [\underline{p}, \overline{p}], \\ 1, & \text{ha} \quad p \in (\overline{p}, b], \end{cases}$$

$$G_{|I|}(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad p \in [0, \underline{p}), \\ \left(\frac{k - \overline{\pi}/p}{nk - D(p)}\right)^{\frac{|I|}{|I|-1}}, & \text{ha} \quad p \in [\underline{p}, \overline{p}], \\ 1, & \text{if} \quad p \in (\overline{p}, b]. \end{cases}$$

Egy példa: az árjátékosok árai

Egy példa: a mennyiségi játékosok árai



A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$.

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek.

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kvázisszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $[\underline{p}, \overline{p}]$ az F tartóját.

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $[\underline{p}, \overline{p}]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D\left(\overline{p}\right) - (n-1)k)^{+}$ értékesít

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $[\underline{p}, \overline{p}]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^+$ értékesít 1-valószínűséggel.

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^{+}$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$.

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^+$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$,

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $[\underline{p}, \overline{p}]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^+$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in [\underline{p}, \overline{p}]$:

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^{+}$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in [\underline{p}, \overline{p}]$:

$$p\,(D(p) - (n-1)k)$$

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $[\underline{p}, \overline{p}]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^+$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in [\underline{p}, \overline{p}]$:

$$[F(p)]^{i-1} p \left(D(p) - (n-1)k\right)$$

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^+$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in [\underline{p}, \overline{p}]$:

$$[F(p)]^{i-1} p \left(D(p) - (n-1)k\right) + \left(1 - [F(p)]^{i-1}\right)$$

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $\left(D\left(\overline{p}\right) - (n-1)k\right)^{+}$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in \left[\underline{p}, \overline{p}\right]$:

$$[F(p)]^{i-1} p \left(D(p) - (n-1)k\right) + \left(1 - [F(p)]^{i-1}\right) pk$$

A kevert egyensúlyi megoldás meghatározása

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kvázisszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $(D(\overline{p}) - (n-1)k)^{+}$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in [\underline{p}, \overline{p}]$:

$$[F(p)]^{i-1} p\,(D(p) - (n-1)k) + \left(1 - [F(p)]^{i-1}\right) pk = \overline{\pi}.$$

Legyen $I = \{1, \ldots, i\}$. T.f.h. létezik atommentes kváziszimmetrikus megoldás és a J-beliek k-t termelnek. Jelölje F az árjátékosok stratégiáját és $\left[\underline{p}, \overline{p}\right]$ az F tartóját. Az $i' \in I$ vállalat $\overline{p}$ áron $\left(D\left(\overline{p}\right) - (n-1)k\right)^{+}$ értékesít 1-valószínűséggel. Ezért $p^m = \overline{p}$. Továbbá $\underline{p}k = \overline{\pi}$, így $\forall p \in \left[\underline{p}, \overline{p}\right]$:

$$[F(p)]^{i-1} p \left(D(p) - (n-1)k\right) + \left(1 - [F(p)]^{i-1}\right) pk = \overline{\pi}.$$

Átrendezéssel adódik

$$F(p) = \left(\frac{k - \overline{\pi}/p}{nk - D(p)}\right)^{\frac{1}{i-1}},$$

ha $p \in \left[\underline{p}, \overline{p}\right]$.

Az árjátékosok arányának növekedése

$$F_{|I|}(p) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad p \in [0, \underline{p}), \\ \left(\frac{k - \overline{\pi}/p}{nk - D(p)}\right)^{\frac{1}{|I|-1}}, & \text{ha} \quad p \in [\underline{p}, \overline{p}], \\ 1, & \text{ha} \quad p \in (\overline{p}, b], \end{cases}$$

Tétel. T.f.h. $q^m < k$ és mindig a kváziszimmetrikus egyensúly valósul meg. Ekkor (az első-rendű sztochasztikus dominancia tekintve) az árak csökkenek az árjátékosok számának növekedésével (n rögzített).

Tétel. T.f.h. a $q^m < k$ esetben a kváziszimmetrikus egyensúly valósul meg. Akkor a kétidőszakos oligopol játék aljáték tökéletes egyensúlya:

- ha $q^m \geq k$, akkor a vállalatok közömbösek az árak vagy az outputok megállapításával szemben.

A döntési változók megválasztása

Tétel. T.f.h. a $q^m < k$ esetben a kváziszimmetrikus egyensúly valósul meg. Akkor a kétidőszakos oligopol játék aljáték tökéletes egyensúlya:

- ha $q^m \geq k$, akkor a vállalatok közömbösek az árak vagy az outputok megállapításával szemben.
- ha $q^m < k$, akkor csak a Cournot játék adódhat..

Módosított döntési sorrend

A vállalatok egyidejűleg választják meg döntési változójukat és annak értékét.

Módosított döntési sorrend

A vállalatok egyidejűleg választják meg döntési változójukat és annak értékét.

Ennek előnyei:

1. Az aszimmetrikus kapacitások esete is kezelhető.

Módosított döntési sorrend

A vállalatok egyidejűleg választják meg döntési változójukat és annak értékét.

Ennek előnyei:

1. Az aszimmetrikus kapacitások esete is kezelhető.
2. Nem kell kevert egyensúllyal foglalkozni.

Módosított döntési sorrend

A vállalatok egyidejűleg választják meg döntési változójukat és annak értékét.

Ennek előnyei:

1. Az aszimmetrikus kapacitások esete is kezelhető.
2. Nem kell kevert egyensúllyal foglalkozni.

Tétel. Mind a Cournot modell, mind Forchheimer modellje megvalósulhat.